

**RAPORT ȘTIINȚIFIC FINAL : 2022–2024.  
PROIECT PN-III-P4-PCE-2021-0006**

*ECUAȚII FOKKER-PLANCK NELINIARE GENERALIZATE \**

CUPRINS

<b>Rezumatul proiectului.</b>	
<b>Impactul și rezultatele semnificative obținute</b>	1
1. <b>Etapa 1:</b> Existență pentru ecuațiile neliniare Fokker-Planck (25.05-31.12.2022)	5
1.1. Rezultate estimative. Activități. Direcții de cercetare	5
1.2. Publicații	5
1.3. Descrierea rezultatelor cercetării	6
1.4. Diseminarea rezultatelor. Conferințe. Stagii de cercetare.	8
2. <b>Etapa 2:</b> Proprietăți ale soluțiilor ecuațiilor neliniare Fokker-Planck. (01.01-31.12.2023)	9
2.1. Rezultate estimative. Activități. Direcții de cercetare	9
2.2. Publicații	9
2.3. Descrierea rezultatelor cercetării	10
2.4. Diseminarea rezultatelor. Conferințe. Stagii de cercetare. Organizare workshop.	13
3. <b>Etapa 3:</b> Probleme de control optimal (01.01-31.12.2024)	15
3.1. Rezultate estimative. Activități. Direcții de cercetare	15
3.2. Publicații	15
3.3. Descrierea rezultatelor cercetării	16
3.4. Diseminarea rezultatelor. Conferințe. Stagii de cercetare.	21

**Rezumatul proiectului.  
Impactul și rezultatele semnificative obținute**

Tema principală a proiectului se referă la studiul matematic al unor varietăți de probleme ce au legătură cu ecuațiile Fokker-Planck neliniare generalizate. Obiectivele generale sunt:

- Studiul calitativ al soluțiilor ecuațiilor Fokker-Planck;
- Comportarea asimptotică;
- Aproximare numerică;
- Probleme de control asociate;

---

\* <https://octavmayer.acadiasi.ro/gnfpe2022/index.html>.

- Aplicații în fizica statistică, biologia matematică și procesarea imaginilor.

Ecuatiile neliniare Fokker-Planck sunt utilizate pe scară largă în fizica statistică pentru a descrie difuzia anormală și sistemele fizice deschise departe de echilibru. Mai multe ecuații care apar în difuzia lui Bose-Einstein, statistica Fermi-Dirac și termostatistica sunt de această formă. Soluțiile acestor ecuații reprezintă densități de probabilitate ale ecuațiilor stochastice care descriu dinamica aleatorie a particulelor și există o reprezentare echivalentă a ecuațiilor neliniare Fokker-Planck în termeni de ecuații diferențiale stochastice (McKean-Vlasov). Cu toate acestea lipsește un tratament matematic riguros al existenței și comportamentului asimptotic al soluțiilor acestor ecuații și, de fapt, acesta este obiectivul principal al acestui proiect care continuă o cercetare dezvoltată de cercetătorul principal (Viorel Barbu) la Universitatea din Bielefeld (Germania) în cadrul unui proiect științific finanțat de DFG în perioada 2017-2021.

O mare parte a acestui proiect este dedicată aplicațiilor în biologie, dinamica fluidelor și noile tehnici de procesare a imaginilor bazate pe ecuații neliniare Fokker-Planck.

Rezultatele cercetării acoperă mai multe direcții specifice:

- S-a studiat existența și unicitatea soluțiilor ecuațiilor Fokker-Planck

$$(1) \quad u_t - \Delta(\beta(u)) + \operatorname{div}(Db(u)u) = 0$$

și implicațiile în existența soluțiilor pentru ecuația corespunzătoare McKean-Vlasov

$$(2) \quad dX = D(X)b(u)dt + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\beta(u)}{u}} dW.$$

Pentru ecuația (1) am obținut existența și unicitatea unei soluții generalizate în spațiul  $L^1(\mathbb{R}^d)$ , precum și unicitatea soluțiilor distribuționale. Drept rezultat s-a obținut pentru ecuația diferențială stochastică existența și unicitatea soluțiilor tari.

S-a obținut, de asemenea, existența pentru ecuația (1) cu coeficienți dependenți de timp, precum și rezultate de comparare asimptotică.

În 2-D s-a obținut reprezentarea probabilistică a soluției ecuației Navier-Stokes

$$(3) \quad y_t - \Delta y + (y \cdot \nabla)y = 0$$

interpretând vorticitatea sa ca o ecuație Fokker-Planck de forma

$$(4) \quad du - \Delta u + \operatorname{div}(K(u)u) = 0,$$

unde  $K$  este operatorul Biot-Savart.

De asemenea, au fost obținute rezultate de aproximare de tip Trotter pentru ecuația (1) și s-a studiat controlabilitatea exactă.

- S-au considerat aplicații ale modelelor matematice în biologie și epidemiologie. O primă lucrare analizează un model matematic compartimental pentru o epidemie de SARS-CoV-2 care implică cinci clase considerate a fi

esentiale pentru a descrie caracteristicile epidemiei, în contextul unor probleme de identificare.

S-a studiat o problema de control  $H^\infty$  cu perturbații frontieră și distribuite și se dau exemple referitoare la ecuații liniare parabolice cu potențiale Hardy cu singularități în domeniu sau pe frontieră.

Se demonstrează existența, unicitatea și proprietățile soluției unui sistem de reacție-difuzie parabolic-eliptic cu difuzie încrucișată într-un domeniu mărginit deschis în  $\mathbb{R}^d$ , pentru diferite clase ale parametrilor sistemului. În cazul unui domeniu mărginit și al condițiilor la limită Neumann se dezvoltă o abordare bazată pe o tehnică de semigrup neliniar în spațiul dual  $(H^{-1}(\Omega))'$ .

Se studiază solvabilitatea și problema de control optimal pentru un model compartimental bazat pe ecuații diferențiale parțiale de reacție-difuzie ce descriu o boală transmisibilă. Se demonstrează existența unei soluții globale și se determină condițiile de optimalitate, care rezultă prin minimizarea concentrației populației infectate în anumite zone spațiale.

Se studiază o problemă de bună punere și control optimal al unui sistem de reacție–difuzie pentru un model matematic de epidemii de tip susceptibil–expus–infectat–recuperat–susceptibil, în care dinamica se dezvoltă într-un mediu spațial eterogen.

- S-au studiat probleme de controlabilitate pentru sisteme parabolice cuplate ce modelează fenomene de reacție-difuzie și s-au obținut rezultate de controlabilitate cu un singur control scalar distribuit într-un subdomeniu, ce acționează într-o singură ecuație, în condițiile în care cuplajele termenilor de ordin zero sunt de tip "stea" sau "arbore".

S-au considerat, de asemenea, probleme de controlabilitate în contextul problemelor de omogenizare, în care se demonstrează convergența controalelor ce asigură nula controlabilitate la nivel  $\varepsilon$  către un control adecvat problemei limită omogenizate.

Probleme inverse și estimări de stabilitate pentru surse în sisteme parabolice ce modelează fenomene de reacție-difuzie au fost studiate în cazul observațiilor frontieră.

- S-au studiat aplicații ale ecuațiilor cu derivate parțiale neliniare în domeniul procesării și analizei de imagini statice și video, viziunii computerizate și inteligenței artificiale. S-au considerat modele PDE neliniare de filtrare a zgomotului mixt Gaussian-Poisson din imaginile digitale.

Au fost propuse tehnici de detecție și urmărire a obiectelor video bazate pe combinarea cu succes a modelelor de învățare automată și profundă cu modelele neliniare de difuzie.

S-a studiat filtrarea mixturilor de zgomot și respectiv detecția și urmărirea în secvențe video. S-a abordat restaurarea imaginilor multispectrale, hiper-spectrale și multimodale prin intermediul modelelor PDE vectoriale neliniare, parabolice și hiperbolice, de ordinul 2 și respectiv 4.

**Obiectivele și activitățile avute în vedere în cadrul proiectului, în toate fazele acestuia, au fost complet îndeplinite.**

*Sumar al activităților științifice și al publicațiilor.*

**Etapa 1**

- 6 articole publicate în reviste ISI
- 9 conferințe
- 4 stagii de cercetare/documentare

**Etapa 2**

- 9 articole publicate
- 11 conferințe
- 4 stagii de cercetare/documentare
- 1 workshop cu participare internațională organizat

**Etapa 3**

- 1 monografie publicată
- 6 articole publicate
- 3 lucrări trimise la publicare și aflate în evaluare
- 7 conferințe
- 3 stagii de cercetare/documentare
- 3 comunicări în stagii de documentare

**1. Etapa 1: EXISTENȚĂ PENTRU ECUAȚIILE NELINIARE  
FOKKER-PLANCK (25.05-31.12.2022)**

**1.1. Rezultate estimative. Activități. Direcții de cercetare.**

*Rezultate estimative (cf. Planului de realizare a proiectului).*

- 1 articol publicat în jurnal indexat WOS;
- 1 comunicare la manifestări științifice internaționale din domeniul proiectului;
- Crearea paginii web a proiectului:  
<https://acadiasi.ro/octavmayer/gnfpe2022/index.html>

*Activități. Direcții de cercetare.*

- Demonstrarea de noi rezultate de existență pentru ecuații neliniare Fokker-Planck în cazul autonom și neautonom pentru o clasă generală de coeficienți de difuzie și termeni de drift. Aplicarea acestora la dinamica fluidelor 2-D.
- Dezvoltarea metodelor variaționale și aplicarea la noi modele neliniare în biologie, în particular referitoare la procese de chemotaxis, dinamica populațiilor și epidemiologie.
- Dezvoltarea de noi modele și algoritmi pentru procesarea imaginilor. Inițierea de probleme de control optim guvernate de ecuații neliniare Fokker-Planck.
- Elaborarea de lucrări științifice, diseminare prin comunicări la seminarii și manifestări științifice în țară și străinătate, colaborări internaționale și stagii de cercetare.

**Obiectivele și activitățile avute în vedere în această etapă a proiectului au fost complet îndeplinite.**

**1.2. Publicații.** Rezultatele obținute în această etapă sunt conținute în următoarele articole:

- (1) **G. Marinoschi**, Identification of transmission rates and reproduction number in a SARS-COV-2 epidemic model, *Discrete and Continuous Dynamics Systems, Series S*, doi:10.3934/dcdss.2022128, Vol. 15, Issue 12, 3735-3744 (2022). FI=1.865, zona Q2/AIS. FI=1.392, SRI=1.21.
- (2) **C.-G. Lefter**, E.-A. Melnig, Internal controllability of parabolic systems with star- and tree-like couplings, *SIAM J. Control Optim.*, 60, No. 5, 3100-3126 (2022). Zona Q1/AIS, FI=2.267; SRI=2.009.
- (3) **T. Barbu**, Multiple Pedestrian Tracking Framework using Deep Learning-based Multiscale Image Analysis for Stationary-camera Video Surveillance, *8<sup>th</sup> IEEE International Smart Cities Conference 2022, ISC2 2022*, Paphos, Cyprus, 26–29 september 2022, pp. 1–7. IEEE.

- (4) **T. Barbu**, Nonlinear Hyperbolic PDE-based Filter for Mixed Poisson-Gaussian Noise Removal from X-ray Images, *The 10<sup>th</sup> IEEE International Conference on e-Health and Bioengineering, EHB 2022*, Iași, Romania, pp. 1-4, 17-18 Nov. 2022, IEEE.
- (5) **T. Barbu**, A Novel Automatic Voice Recognition System using a Graph-Based Clustering Algorithm, *Proceedings of World Research Society International Conference*, pp. 59-64, Malmö, Sweden, August 1—2, 2022. ISBN: 978-93-90150-32-8.
- (6) **T. Barbu**, Mixed noise reduction techniques using nonlinear partial differential equations, sent to ROMAI Journal (trimisă spre publicare).

### 1.3. Descrierea rezultatelor cercetării.

- **G. Marinoschi**, Identification of transmission rates and reproduction number in a SARS-COV-2 epidemic model, *Discrete and Continuous Dynamics Systems*, Series S, doi:10.3934/dcdss.2022128, Vol. 15, Issue 12, 3735-3744 (2022). FI=1.865; SRI=0.744, zona Q2.

Rezultatele din acest articol se încadrează în obiectivul legat de aplicații ale modelelor matematice în biologie și epidemiologie. Se consideră un model matematic compartimental pentru o epidemie de SARS-CoV-2 care implică cinci clase considerate a fi esențiale pentru a descrie caracteristicile epidemiei. Un prim obiectiv este abordarea printr-o tehnică de control optimal a identificării a două rate esențiale de transmisie în model, adică a numărului mediu de indivizi infectați într-o unitate de timp de un simptomatic infectat, respectiv de un asimptomatic. Acestea sunt deduse în mod necesar prin condițiile de optimalitate de primul ordin corespunzătoare problemei de minimizare introdusă pentru formularea obiectivului de identificare. Discuția asupra stabilității asimptotice a sistemului făcută pentru cazul în care se câștigă imunitate de viață relevă o extincție asimptotică a bolii, cu un număr de reproducere bine determinat.

- **C.-G. Lefter**, E.-A. Melnig, Internal controllability of parabolic systems with star- and tree-like couplings, *SIAM J. Control Optim.*, 60, No. 5, 3100-3126 (2022). FI=2.267; SRI=2.009, zona Q1.

Se consideră sisteme de ecuații parabolice, controlate, cuplate în termenii de ordin zero cu o structură de cuplaj de tip stea sau de tip arbore. Controlul ce intervine în sistem este scalar și acționează doar în una din ecuațiile sistemului. Rezultatele obținute se referă la controlabilitatea exactă locală la stări staționare, în ipoteze ce privesc suporturile coeficienților sau neliniarităților de cuplaj. O etapă fundamentală în abordarea acestor probleme este obținerea de estimări Carleman adecvate cu operator de observare corespunzător pentru sistemul adjunct sistemului liniarizat. Ținând cont și de efectul regularizant al fluxului parabolic, aceste estimări permit abordarea sistemelor neliniare, local în vecinătatea stărilor staționare, și stabilirea de rezultate de controlabilitate în cadrul funcțional  $L^\infty$ .

- **T. Barbu**, Multiple Pedestrian Tracking Framework using Deep Learning-based Multiscale Image Analysis for Stationary-camera Video Surveillance, *8<sup>th</sup> IEEE International Smart Cities Conference (ISC2) 2022*, pp. 1-7, Paphos, Cyprus, 26-29 september 2022, pp. 1-7.  
doi: 10.1109/ISC255366.2022.9922217

O tehnică automată de detecție și urmărire a persoanelor aflate în deplasare, într-o secvență filmată cu cameră statică, a fost propusă în articol. Detecția pietonilor a fost efectuată printr-o combinație de modele ML, precum GMM, HOG+SVM și ACF (*Aggregate Channel Features*), aplicate fiecărui cadru video color. Subimaginele obiectelor detectate sunt supuse în continuare unei extrageri de trăsături bazate pe o analiză multiscalară utilizând rețele convoluționale (CNN). Spațiul scalar utilizat a fost creat pe baza schemei de aproximare numerică a unui model valid neliniar de difuzie anizotropică. La fiecare scală este determinat un vector de trăsături prin combinarea rețelelor Inception-V3 și ResNet-101, iar vectorii de caracteristici calculați la scale multiple sunt concatenati apoi într-un vector final. O tehnică de urmărire bazată pe potrivirea instanțelor pietonilor în secvența video este propusă în continuare. Rezultatele detecției și urmăririi, care ilustrează eficiența metodei, sunt descrise în final.

- **T. Barbu**, Nonlinear Hyperbolic PDE-based Filter for Mixed Poisson-Gaussian Noise Removal from X-ray Images, *the 10<sup>th</sup> IEEE International Conference on e-Health and Bioengineering, EHB 2022*, Iași, Romania, pp. 1-4, 17-18 Nov. 2022, IEEE.

O tehnică de reducere a zgomotului mixt din imaginile medicale cu raze X, bazată pe ecuații cu derivate parțiale neliniare, este propusă în lucrare. Metoda de filtrare utilizează un nou model PDE hiperbolic valid de ordinul doi, care este rezolvat numeric aplicând un algoritm de discretizare cu convergență rapidă, construit prin intermediul metodei diferențelor finite. Schema de aproximare iterativă restaurează cu succes imaginile medicale afectate, eliminând corespunzător atât zgomotul Gaussian cât și pe cel Poisson. Eficiența tehnicii este ilustrată de rezultatele experimentelor și comparațiilor între metode.

- **T. Barbu**, A Novel Automatic Voice Recognition System using a Graph-Based Clustering Algorithm, *Proceedings of World Research Society International Conference*, pp. 59-64, Malmö, Sweden, August 1-2, 2022. ISBN: 978-93-90150-32-8.

A fost propusă o tehnică automată nesupervizată de recunoaștere a vocii, independent de discurs. Metoda propusă clusterizează un set de secvențe vocale în clasele corespunzătoare vorbitorilor. Vectorii de trăsături ai acestor secvențe sunt construiți prin intermediul analizei mel-cepstrale. O clasificare automată nesupervizată este efectuată asupra vectorilor de caracteristici

obținuți. O clusterizare a vectorilor bazată pe teoria grafurilor, care grupează secvențele vocale într-un număr corespunzător de clase-vorbitor, este propusă în acest scop.

#### 1.4. Diseminarea rezultatelor. Conferințe. Stagii de cercetare.

##### *Conferințe.*

- (1) **Viorel Barbu**, Existence of optimal control for nonlinear Fokker-Planck equations in  $L^1(\mathbb{R}^d)$ , Bielefeld, mai 2022.
- (2) **Viorel Barbu**, Uniqueness for nonlinear Fokker-Planck equations and for McKean-Vlasov SDEs, 26 septembrie 2022, Bielefeld.
- (3) **Viorel Barbu**, Uniqueness for nonlinear Fokker-Planck equations and for McKean-Vlasov SDEs, 20 octombrie 2022, Bielefeld.
- (4) **Gabriela Marinoschi**, Conferința plenară Minimal time control for parabolic-type equations susținută la al 15-lea Colocviu Franco-Român de Matematică Aplicată 28.08–2.09.2022, la Toulouse, Franța.
- (5) **Cătălin-George Lefter**, Carleman estimates in control and inverse problems, Numerical Analysis, Numerical Modeling, Approximation Theory, Cluj-Napoca, 26-28 octombrie 2022.
- (6) **Tudor Barbu**, Nonlinear PDE-based Digital Image Boundary Extraction, Conferința științifică de Toamnă a AOSR 2022: Rolul științei în soluționarea crizelor contemporane, section “Știința și Tehnologia Informației”, Cluj-Napoca, 3-5 Nov. 2022.
- (7) **Tudor Barbu**, Nonlinear Diffusion-based Image Edge Detection Solutions, 4th International Conference on Mathematics and Computer Science – MACOS 2022, September 15-17, 2022, Brașov, Romania.
- (8) **Tudor Barbu**, Geometric and PDE models for moving object detection and tracking, The XVI th International Conference of Differential Geometry and Dynamical Systems, DGDS 2022, Bucharest, Romania, September 1-4, 2022.
- (9) **T. Barbu**, Variational and PDE-based Mixed Poisson-Gaussian Noise Removal Techniques, 29th International Conference on Applied and Industrial Mathematics, CAIM 2022, Chișinău, Republic of Moldova, August 25–28, 2022.

##### *Stagii de cercetare.*

- **Viorel Barbu**, stagii de cercetare la Univ. Bielefeld 04.10-25.10.2022, 18.05-19.06.2022, 23.11–06.12.2022.
- **Gabriela Marinoschi**, stagiul de cercetare la Universitățile din Trento și Pavia, Italia, 6–12.11.2022.

## 2. Etapa 2: PROPRIETĂȚI ALE SOLUȚIILOR ECUAȚIILOR NELINIARE FOKKER-PLANCK. (01.01-31.12.2023)

### 2.1. Rezultate estimative. Activități. Direcții de cercetare.

*Rezultate estimative (cf. Planului de realizare a proiectului).*

- 2 articole publicate în jurnale indexate WOS
- 2 comunicări la manifestări științifice internaționale din domeniul proiectului
- Actualizarea paginii web a proiectului:  
<https://acadiasi.ro/octavmayer/gnfpe2022/index.html>
- Organizarea unui workshop

*Activități. Direcții de cercetare.*

- Analiza comportamentului asimptotic al soluțiilor ecuațiilor neliniare Fokker–Planck. Obiectivul principal este demonstrarea teoremei H în condiții de nedegenerare a termenului de difuzie neliniară și demonstrarea existenței unor atractori compacți în spațiul  $L^1$ .
- Continuarea dezvoltării de metode variaționale de dualitate, aplicarea lor la ecuații relevante care apar în biologia matematică și abordarea problemelor de control optimal și optimizare.
- Continuarea construcției de algoritmi pentru probleme de restaurare a imaginilor.
- Elaborarea de lucrări științifice, diseminare prin comunicări la seminarii și manifestări științifice în țară și străinătate, colaborări internaționale și stagii de cercetare.

**Obiectivele și activitățile avute în vedere în această etapă a proiectului au fost complet îndeplinite.**

2.2. **Publicații.** Rezultatele obținute în această etapă sunt conținute în următoarele articole:

- (1) **Viorel Barbu**, The Trotter product formula for nonlinear Fokker–Planck flows, *Journal of Differential Equations*, 345 (2023), 314–333. FI=2.4; SRI=2.297, zona Q1.
- (2) **Viorel Barbu**, Exact controllability of Fokker–Planck equations and McKean–Vlasov SDEs, *SIAM J. Control Optim.*, vol. 61, no (3) (2023), 1805–1818. FI=2.2; SRI=2.271, zona Q1.
- (3) **Viorel Barbu**, Existence of optimal control for nonlinear Fokker–Planck equations in  $L^1(\mathbb{R}^d)$ , *SIAM J. Control Optim.*, vol. 61 (3) (2023), 1213–1230. FI=2.2; SRI=2.271, zona Q1.
- (4) **Viorel Barbu**, Michael Röckner, Uniqueness for nonlinear Fokker–Planck equations and for McKean–Vlasov SDEs: The degenerate case, *Journal of Functional Analysis*, 285 (2023), 109980. 37 pp. FI=1.7; SRI=2.652, zona Q1. <https://doi.org/10.1016/j.jfa.2023.109980>.

- (5) **Viorel Barbu**, Michael Röckner, Nonlinear Fokker–Planck equations with time-dependent coefficients, *SIAM J. Math. Anal.*, 35 (1) (2023), 1-18. FI=2; SRI=2.335, zona Q1.
- (6) Alberto d’Onofrio, Mimmo Iannelli, Piero Manfredi, **Gabriela Marinocchi**, Optimal epidemic control by social distancing and vaccination of an infection structured by time since infection: The COVID-19 case study, *SIAM J. Appl. Math.*, S199-S224. FI=1.9, SRI=1.418, zona Q2. <https://doi.org/10.1137/22M1499406>.
- (7) **Gabriela Marinocchi**, The  $H^\infty$ -control problem for parabolic systems. Applications to systems with singular Hardy potentials, *ESAIM COCV*, 29 (2023), article number 73. FI=1.4, SRI=1.490, zona Q1. <https://doi.org/10.1051/cocv/2023059>.
- (8) **Gabriela Marinocchi**, A semigroup approach to a reaction-diffusion system with cross-diffusion, *Nonlinear Analysis - Theory Methods & Applications*, 230 (2023), 113222. FI=1.4, SRI=1.564, zona Q1. <https://doi.org/10.1016/j.na.2023.113222>.
- (9) **Tudor Barbu**, Moving Object Detection and Tracking using Nonlinear PDE-based and Energy-based Schemes, *ROMAI Journal*, ed. ROMAI Society, Vol. 19, Number 1, sub tipar. BDI.

### 2.3. Descrierea rezultatelor cercetării. Articole

- **Viorel Barbu**, The Trotter product formula for nonlinear Fokker–Planck flows, *Journal of Differential Equations*, 345 (2023), 314-333. FI=2.4; SRI=2.297, zona Q1.

Se demonstrează că fluxul  $S(t)$ , generat de ecuația neliniară Fokker–Planck  $\rho_t - \Delta\beta(\rho) + \operatorname{div}(a(\rho)\rho) = 0$  în  $(0, \infty) \times \mathbb{R}^d$ , este exprimat prin formula de tip Trotter

$$S(t)\rho_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( S_{A_1} \left( \frac{1}{n} \right) S_{A_2} \left( \frac{1}{n} \right) \right)^n \rho_0 \text{ în } L^1(\mathbb{R}^d),$$

unde  $S_{A_1}(t)$  este fluxul (semigrupul continuu) generat în  $L^1(\mathbb{R}^d)$  de operatorul de difuzie neliniară  $A_1(\rho) = -\Delta\beta(\rho)$ , în timp ce  $S_{A_2}(t)$  este semigrupul generat în  $L^1(\mathbb{R}^d)$  de operatorul legii conservării  $A_2(\rho) = \operatorname{div}(a(\rho)\rho)$  definit în sensul entropiei. Ca aplicație, se obține o formulă de aproximare pentru ecuația diferențială stohastică McKean–Vlasov asociată cu ecuația Fokker–Planck.

- **Viorel Barbu**, Exact controllability of Fokker–Planck equations and McKean–Vlasov SDEs, *SIAM J. Control Optim.*, vol. 61 (3) (2023), 1805-1818. FI=2.2; SRI=2.271, zona Q1.

În această lucrare proiectăm un control feedback explicit  $u = \Phi(\rho)$  pentru problema controlabilității exacte a ecuației neliniare Fokker–Planck  $\rho_t - \Delta\beta(\rho) + \operatorname{div}(u\rho) = 0$  în  $(0, T) \times \mathcal{O}$ ,  $\rho(0) = \rho_0$ ,  $\rho(T) = \rho_1$ , cu condiții la limită reflectante  $(\nabla\beta(\rho) - u\rho) \cdot n = 0$  pe  $\partial\mathcal{O}$ . Aici,  $\mathcal{O} \subset \mathbb{R}^d$ ,  $1 \leq d$ , este o mulțime deschisă, mărginită, cu frontiera netedă  $\partial\mathcal{O}$  și  $\beta$  este o funcție monoton crescătoare netedă. Dacă  $\rho_0$  și  $\rho_1$  sunt densități de probabilitate, se obține

în particular controlabilitatea exactă pentru ecuațiile stochastice McKean–Vlasov diferențiale stocastice pe  $\mathcal{O}$  cu barieră reflectantă (impenetrabilă).

- **Viorel Barbu**, Existence of optimal control for nonlinear Fokker–Planck equations in  $L^1(\mathbb{R}^d)$ , *SIAM J. Control Optim.*, 61 (3) (2023), 1213–1230. FI=2.2; SRI=2.271, zona Q1.

Se studiază existența unor controale optimale pentru problema Bolza de control optimul guvernată de ecuația neliniară Fokker–Planck în  $L^1(\mathbb{R}^d)$  cu control de intrare în termenul de drift. Soluția pentru sistemul de stare este o soluție slabă ("mild") obținută printr-o schemă de aproximare de tip "vanishing viscosity". Se obține în particular existența pentru problema stocastică de control optimal guvernată de ecuația diferențială stocastică McKean–Vlasov. Pentru această problemă se demonstrează existența unui control optimal stochastic Markov în formă feedback.

- **Viorel Barbu**, Michael Röckner, Uniqueness for nonlinear Fokker–Planck equations and for McKean–Vlasov SDEs: The degenerate case, *Journal of Functional Analysis*, 285(2023), 109980. 37pp. <https://doi.org/10.1016/j.jfa.2023.109980>. FI = 1.7; SRI=2.652, zona Q1.

Se studiază existența și unicitatea soluțiilor generalizate ("mild" sau distribuționale) pentru ecuațiile Fokker–Planck (posibil degenerate)  $\rho_t - \Delta\beta(\rho) + \text{div}(Db(\rho)\rho) = 0$  în  $(0, \infty) \times \mathbb{R}^d$ ,  $\rho(0, x) \equiv \rho_0(x)$ . În ipoteze adecvate asupra lui  $\beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $b : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  și  $D : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ ,  $d \geq 1$ , această ecuație generează un flux unic  $\rho(t) = S(t)\rho_0 : (0, \infty) \rightarrow L^1(\mathbb{R}^d)$  ca soluție "mild" în sensul teoriei semigrupurilor neliniare. Acest flux este, de asemenea, unic în clasa  $L^\infty((0, T) \times \mathbb{R}^d) \cap L^\infty((0, T); H^{-1})$ ,  $\forall T > 0$ , soluții distribuționale Schwartz în  $(0, \infty) \times \mathbb{R}^d$ . Mai mult, pentru  $\rho_0 \in L^1(\mathbb{R}^d) \cap H^{-1}(\mathbb{R}^d)$ ,  $t \rightarrow S(t)\rho_0$  este diferențiabil de la dreapta pe  $[0, \infty)$  în norma  $H^{-1}(\mathbb{R}^d)$ . Ca aplicație principală se obține unicitatea slabă pentru ecuațiile diferențiale stochastice McKean–Vlasov corespunzătoare.

- **Viorel Barbu**, Michael Röckner, Nonlinear Fokker–Planck equations with time-dependent coefficients, *SIAM J. Math. Anal.*, 35 (1) (2023), 1–18. FI = 2; SRI=2.335, zona Q1.

O abordare operatorială este folosită aici pentru a demonstra existența și unicitatea unei soluții tari  $u$  pentru ecuația Fokker–Planck neliniară cu coeficienți depinzând de timp

$$u_t(t, x) - \Delta(a(t, x, u(t, x))u(t, x)) + \text{div}(b(t, x, u(t, x))u(t, x)) = 0$$

în  $(0, \infty) \times \mathbb{R}^d$ ,  $u(0, x) = u_0(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}^d$  în spațiul Sobolev  $H^{-1}(\mathbb{R}^d)$ , în condiții adecvate pentru  $a : [0, T] \times \mathbb{R}^d \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  și  $b : [0, T] \times \mathbb{R}^d \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^d$ . Se demonstrează, de asemenea, că dacă  $u_0$  este densitatea unei măsuri de probabilitate, la fel este și  $u(t, \cdot)$  pentru toți  $t \geq 0$ . În plus, se construiește o soluție slabă pentru ecuația diferențială stocastică McKean–Vlasov asociată cu ecuația Fokker–Planck iar  $u(t)$  este legea de probabilitate marginală asociată.

- Alberto d’Onofrio, Mimmo Iannelli, Piero Manfredi, **Gabriela Marinoschi**, Optimal epidemic control by social distancing and vaccination of an infection structured by time since infection: The COVID-19 case study, *SIAM J. Appl. Math.*, S199-S224. FI=1.9, SRI=1.418, zona Q2. <https://doi.org/10.1137/22M1499406>.

În cadrul obiectivului legat de aplicații ale ecuațiilor Fokker-Planck în biologie a fost publicat articolul de mai sus în care se consideră problema controlului optimal al unei boli transmisibile structurată cu timpul de la expunere, cu ajutorul a două tipuri de instrumente de control, și anume distanțarea socială și vaccinarea. Se demonstrează existența unei perechi optimale, se deduc condițiile de optimalitate și se demonstrează unele proprietăți ale soluțiilor optimale. Un exemplu final oferă o serie de alte perspective asupra relațiilor dintre control și parametrii epidemiei.

- **Gabriela Marinoschi**, The  $H^\infty$ -control problem for parabolic systems. Applications to systems with singular Hardy potentials, *ESAIM Control, Optimisation And Calculus Of Variations*, 29 (2023), article number 73, 40 pp. <https://doi.org/10.1051/cocv/2023059>. ISSN:1292-8119, FI=1.4, SRI=1.490, zona Q1.

În cadrul obiectivului legat de controlabilitatea ecuațiilor Fokker-Planck și a ecuațiilor parabolice se studiază o problemă de controlabilitate  $H^\infty$  cu perturbații frontieră și distribuite și se dau exemple referitoare la ecuații liniare parabolice cu potențiale Hardy cu singularități în domeniu sau pe frontieră.

- **Gabriela Marinoschi**, A semigroup approach to a reaction-diffusion system with cross-diffusion, *Nonlinear Analysis - Theory Methods & Applications*, 230 (2023), 113222. ISSN:0362-546X, <https://doi.org/10.1016/j.na.2023.113222>. FI=1.4, SRI=1.564, zona Q1.

În cadrul obiectivului legat de aplicații ale ecuațiilor Fokker-Planck în biologie a fost publicat articolul ”A semigroup approach of a chemotaxis flow”, în care se demonstrează existența, unicitatea și proprietățile soluției unui sistem de reacție-difuzie parabolic-eliptic cu difuzie încrucișată într-un domeniu marginit deschis în  $\mathbb{R}^d$ , pentru diferite clase ale parametrilor sistemului. În cazul unui domeniu marginit și al condițiilor la limită Neumann se dezvoltă o abordare bazată pe o tehnică de semigrup neliniară în spațiul dual  $(H^{-1}(\Omega))'$ . Acest lucru oferă posibilitatea de a lua în considerare date inițiale singulare, distribuții sau funcționale care pot reprezenta date fizice relevante. Se investighează influența parametrilor sistemului asupra comportamentului calitativ al soluției și se furnizează unele condiții suficiente pentru existența soluțiilor globale sau locale și pentru soluții globale în cazul datelor inițiale mici. În cazul întregului spațiu, problema este studiată pentru o difuzie singulară exprimată de un operator multivoc. Existența este dovedită prin trecerea la limită într-o problemă aproximantă pentru care existența urmează printr-o abordare semigrupală în  $H^{-1}(\mathbb{R}^d)$ ,  $d = 1, 3$ . Un

argument pentru unicitate este dezvoltat în spațiile Beppo-Levi. În final, rezultatele sunt ilustrate printr-un model de criticalitate auto-organizată.

- Tudor Barbu, Moving Object Detection and Tracking using Nonlinear PDE-based and Energy-based Schemes, *ROMAI Journal*, ed. ROMAI Society, Vol. 19, Number 1, to appear. BDI.

Această lucrare abordează un domeniu important al viziunii computerizate, adică detectarea și urmărirea obiectelor video. Sunt analizate aici modele pentru detectarea și urmărirea imaginii și obiectelor video bazate pe ecuații cu derivate parțiale (PDE). Mai întâi se prezintă tehnici de detectare și urmărire bazate pe modele Geometric Active Contour, reprezentând schemele de segmentare bazate pe energie. Sunt discutate apoi modelele geometrice de detectare și urmărire bazate pe PDE, folosind mulțimi de nivel. În continuare sunt descrise abordări de urmărire a obiectelor în mișcare bazate pe fluxul optic, folosind PDE. Se continuă cu modele PDE bazate pe histogramă pentru urmărirea video. Tehnici de detectare a obiectului folosind extracția de margini și contur bazată pe PDE sunt, de asemenea, discutate. Contribuțiile noastre în acest domeniu, reprezentând metode de detecție și urmărire bazate pe difuzie pentru anumite clase de obiecte, sunt prezentate pe scurt.

#### 2.4. Diseminarea rezultatelor. Conferințe. Stagii de cercetare. Organizare workshop.

##### *Conferințe.*

- (1) **V. Barbu**, *Teorema H pentru ecuațiile neliniare Fokker-Planck*, Universitatea din Pavia, Departamentul de Matematica, Italia, 23 mai 2023.
- (2) **V. Barbu**, *The nonlinear Fokker–Planck equation as a smooth gradient flow*, Bielefeld University, Germany, August 2023.
- (3) **V. Barbu**, *The existence for the PDEs system of mean field games*, Bielefeld University, Germany, 27 noiembrie 2023.
- (4) **Gabriela Marinoschi**, *A phase-field model of prostate cancer growth with chemotherapy and antiangiogenic therapy effects*, 14th Conference on Dynamical Systems Applied to Biology and Natural Sciences, DSABNS 2023, 5-8 februarie 2023, Bilbao, Spania.
- (5) **Tudor Barbu**, *Spectral Vector-valued Image Restoration using a Hyperbolic Partial Differential Equation-based Filter*, 12th Mediterranean Conference on Embedded Computing, MECO 2023, Budva, Montenegro, pp. 1-5, June 6-10, 2023. IEEE. ISI.
- (6) **Tudor Barbu**, *Vector-valued Fourth-order Reaction-diffusion based Photon-limited Multi-channel Image Filtering*, The 16th International Symposium on Signals, Circuits and Systems, ISSCS 2023, Iasi, Romania, pp. 1-4, July 13-14, 2023, IEEE.

- (7) **Tudor Barbu**, *Multispectral Image Restoration using a Vector-valued Reaction-diffusion based Mixed Noise Removal Technique*, Proceedings of ISPRS Geospatial Week – GSW 2023, Cairo, Egypt, September 2-7, 2023, to appear.
- (8) **Tudor Barbu**, *Multimodal Magnetic Resonance Image Restoration using a Vector-valued Anisotropic Diffusion-based Mixed Noise Filtering Technique*, The 11th International Conference on e-Health and Bioengineering, EHB 2023, Bucharest, Romania, pp. 1-4, 9-10 Nov. 2023, to appear in Springer.
- (9) **Tudor Barbu**, *Mathematical Models for Object Detection and Tracking*, The 30th Conference on Applied and Industrial Mathematics, CAIM 2023, Iasi, Romania, pp. 33-34 (abstract volume), September 14-17, 2023.
- (10) **Tudor Barbu**, *Digital Image Segmentation Solutions using Geometric and Energy-based Models*, Conferința Națională științifică de Toamnă a AOSR 2023: "știința pentru o societate sănătoasă", Constanța, 20-23 sept. 2023, pp. 74-75 (abstract volume).
- (11) **Tudor Barbu**, *Mixed Noise Filtering Algorithms using PDE and Energy-based Models*, Conferința științifică de Primăvară a AOSR 2023: Transformarea digitală în științe, section "știința și Tehnologia Informației", București, 19-20 mai 2023, pp. 68 (abstract volume).

*Stagii de cercetare.*

- **V. Barbu**, Universitatea din Bielefeld (11-25 martie, 1-15 august, 23 noiembrie-6 decembrie 2023).
- **T. Barbu**, Vizita academică la Departamentul de Informatică, Universitatea Verona, Italia, 13 iunie-2 iulie 2023.

*Organizare workshop.*

- Organizare workshop international *Analysis and Control of Deterministic and Stochastic Differential Equations*, 28.09-29.09.2023, Iasi, Romania.  
[https://octavmayer.acadiasi.ro/conf\\_control2023/index.html](https://octavmayer.acadiasi.ro/conf_control2023/index.html)

### 3. Etapa 3: PROBLEME DE CONTROL OPTIMAL (01.01-31.12.2024)

#### 3.1. Rezultate estimative. Activități. Direcții de cercetare.

*Rezultate estimative (cf. Planului de realizare a proiectului).*

- 2 articole publicate in jurnale indexate WOS;
- 2 comunicări la manifestări științifice internaționale din domeniul proiectului ;
- Actualizarea paginii web a proiectului:  
<https://acadiasi.ro/octavmayer/gnfpe2022/index.html>

*Activități. Direcții de cercetare.*

- Studiul problemelor de control optimal guvernate de ecuațiile neliniare Fokker–Planck.
- Abordarea problemelor de controlabilitate exactă și stabilizare a ecuației Fokker–Planck și a sistemelor din biologie prin control feedback pe baza rezultatelor de control optimal și a rezultatelor de existență stabilite anterior.
- Elaborarea de lucrări științifice, diseminare prin comunicări la seminarii și manifestări științifice în țară și străinătate, colaborări internaționale și stagii de cercetare.

**Obiectivele și activitățile avute în vedere în această etapă a proiectului au fost complet îndeplinite.**

3.2. **Publicații.** Rezultatele obținute în această etapă sunt conținute în următoarele lucrări:

##### a. Carte publicată

- (1) Viorel Barbu, Michael Röckner, *Nonlinear Fokker–Planck Equations and Their Probabilistic Counterparts*, Lecture Notes in Mathematics (LNM, vol. 2353), Springer, 2024, 214 pp.  
DOI <https://doi.org/10.1007/978-3-031-61734-8>.

##### b. Articole publicate

- (1) **V. Barbu, M. Röckner**, Nonlinear Fokker–Planck equations with fractional Laplacian and McKean–Vlasov SDEs with Lévy noise, *Probability Theory and Related Fields*, vol. 189 (2024), 849–878. ISI. FI=1,5; SRI=3,469; Q1 (AIS), Q2 (JCR). <https://doi.org/10.1007/s00440-024-01277-1>.
- (2) P. Colli, G. Gilardi, **G. Marinoschi**, E. Rocca, Optimal control of a reaction–diffusion model related to the spread of COVID-19, *Analysis and Applications*, 22 (1) (2024), 111–136. FI=2; SRI=2,934; Q1(AIS), Q2 (JCR). WOS:001123107400001
- (3) P. Colli, G. Gilardi, **G. Marinoschi**, Global Solution and Optimal Control of an Epidemic Propagation with a Heterogeneous Diffusion, *Applied Mathematics & Optimization*, 89 (1) (2024), art. no. 28, 1–28. ISI. FI=1,6; SRI=1,860; Q1(AIS), Q2(JCR). WOS:001138426500001.

- (4) De Maio, U., Gaudiello, A., **Lefter, C.-G.**, Null Internal Controllability for a Kirchhoff–Love Plate with a Comb-Like Shaped Structure, *SIAM J. Control Optim.*, Society for Industrial and Applied Mathematics, vol. 62, no. 5 (2024), 2456–2474. ISI. FI=2.2; SRI=2.624; Q1 (JIF,AIS).
- (5) **T. Barbu**, *Hyperspectral Data Volume Restoration using Nonlinear Vector-valued Reaction-diffusion based Filtering Scheme*, Proceedings of the "2024 10th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)", Vallette, Malta, 2024, pp. 19-24, ISI. doi: 10.1109/CoDIT62066.2024.10708316 <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/10708316>
- (6) **T. Barbu**, L. Murgu, *Comparison between Novel Machine and Deep Learning-based Skin Tumor Recognition Techniques*, Proceedings of the "12th International Conference on e-Health and Bioengineering, EHB 2024", Iași, Romania, 14-15 Nov. 2024, IEEE. ISI.

### c. Articole trimise spre publicare, aflate în evaluare

- (1) **V. Barbu**, Mean field system: the optimal control based approach, în evaluare la *SIAM Journal on Control and Optimization*. ISI. FI=2.2; SRI=2.624.; Q1(JIF,AIS)
- (2) P. Colli, **G. Marinoschi**, E. Rocca, A. Viguerie, Chemotaxis-inspired PDE model for airborne infectious disease transmission: analysis and simulations, în evaluare la *J. of Nonlinear Science*, ISI. FI=2,6; SRI=3,203; Q1(AIS), Q2(JCR)
- (3) **Lefter, C.-G.**, Melnig, E.A., Reaction-diffusion systems in annular domains: source stability estimates with boundary observations, în evaluare la *Optimization*, ISI. FI=1,6,; SRI=1,274; Q2 (JIF,AIS)

### 3.3. Descrierea rezultatelor cercetării.

*Carte publicată în 2024.*

- Viorel Barbu, Michael Röckner, *Nonlinear Fokker–Planck Equations and Their Probabilistic Counterparts*, Lecture Notes in Mathematics (LNM, vol. 2353), Springer, 2024, 214 pp.  
DOI <https://doi.org/10.1007/978-3-031-61734-8>.

Această monografie este dedicată existenței, unicității și comportamentului asimptotic ale soluțiilor  $u = u(t, x)$  la problema Cauchy pentru ecuația neliniară Fokker–Planck

$$\frac{\partial}{\partial t} u - \sum_{i,j=1}^d D_{ij}^2(a_{ij}(x, u)u) + \operatorname{div}(b(x, u)u) = 0$$

cu accent principal pe cazul izotrop

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \Delta \beta(u) + \operatorname{div}(D(x)b(u)u) = 0.$$

Implicațiile asupra teoriei existenței și unicității în sens probabilistic slab pentru ecuația diferențialstocastică McKean–Vlasov sunt, de asemenea abordate. Aceste ecuații sunt unanim recunoscute în prezent ca instrumente fundamentale pentru înțelegerea evoluției sistemelor complexe în medii aleatorii precum și a proceselor de ”mean-field”. Rezultatul cheie pentru aceste ecuații este că, în baza unor ipoteze adecvate privind termenii de difuzie neliniară și de drift, există o selecție  $u = S(t)u_0$  în clasa soluțiilor slabe (”mild”), astfel încât  $S(t) : L^1(\mathbb{R}^d) \rightarrow L^1(\mathbb{R}^d)$  este un semigrup continuu de contracții în  $L^1(\mathbb{R}^d)$  și acesta este prin definiție un flux neliniar Fokker–Planck *neliniar Fokker–Planck flux*. În general, acest semigrup nu este unic, dar surprinde, totuși, caracteristicile esențiale ale dinamicii Fokker–Planck și este numit fluxul neliniar Fokker–Planck. Prin așa-numitul *principiu al superpoziției*, acest semigrup definește un flux de soluții probabilistice slabe pentru ecuațiile diferențiale stochastice McKean–Vlasov corespunzătoare. Se studiază în detaliu unicitatea soluțiilor distribuționale ale ecuațiilor neliniare Fokker–Planck în  $L^1(\mathbb{R}^d)$ , comportarea asimptotică a soluțiilor, Teorema  $H$ , și existența atractoarelor invariante.

*Articole publicate în 2024.*

- **V. Barbu, M. Röckner**, Nonlinear Fokker–Planck equations with fractional Laplacian and McKean–Vlasov SDEs with Lévy noise, *Probability Theory and Related Fields*, vol. 189 (2024), 849–878. ISI. FI=1,5; SRI=3,469; Q1 (AIS), Q2 (JCR). <https://doi.org/10.1007/s00440-024-01277-1>.

Această lucrare studiază existența soluțiilor ”mild” pentru ecuațiile Fokker–Planck neliniare cu operator Laplace fracționar  $(-\Delta)^s$  pentru  $s \in (\frac{1}{2}, 1)$ . Unicitatea soluțiilor distribuționale Schwartz este, de asemenea, demonstrată în ipoteze adecvate privind termenul de difuzie și termenul de ”drift”. Ca aplicații, se demonstrează existența și unicitatea soluțiilor slabe pentru ecuațiile McKean–Vlasov cu zgomot Lévy, precum și proprietatea Markov pentru legile de probabilitate corespunzătoare.

- **P. Colli, G. Gilardi, G. Marinoschi**, Global Solution and Optimal Control of an Epidemic Propagation with a Heterogeneous Diffusion, *Applied Mathematics & Optimization*, 89 (1) (2024), art. no. 28, 1–28. ISI. FI=1,6; SRI=1,860; Q1 (AIS), Q2 (JCR). WOS:001138426500001.

În această lucrare explorăm solvabilitatea și problema de control optimal pentru un model compartimental bazat pe ecuații diferențiale parțiale de reacție-difuzie care descriu o boală transmisibilă. Modelul neliniar ia în considerare raspândirea bolii datorată difuziei în cazul unei heterogenități a ratei de transmisie. Se demonstrează existența unei soluții globale. Se determină condițiile de optimalitate, care rezultă prin minimizarea concentrației populației infectate în anumite zone spațiale.

- P. Colli, G. Gilardi, **G. Marinoschi**, E. Rocca, Optimal control of a reaction–diffusion model related to the spread of COVID-19, *Analysis and Applications*, 22 (1) (2024), 111–136. FI=2; SRI=2,934; Q1(AIS), Q2 (JCR) WOS:001123107400001

Această lucrare se referă la problema de bună punere și control optimal al unui sistem de reacție–difuzie pentru un model matematic de epidemii de tip susceptibil–expus–infectat–recuperat–susceptibil, în care dinamica se dezvoltă într-un mediu spațial eterogen. Folosind ca variabile de control ratele de transmisie  $u_e$  și  $u_i$  datorate contactului atât cu persoane asimptomatice, cât și simptomatice, optimizăm numărul de indivizi expuși și infectați la un moment final  $T$  al evoluției controlate a sistemului. Mai precis, căutăm  $u_e$  și  $u_i$  optime astfel încât numărul de infectați plus expuși să nu depășească la momentul final o valoare  $\Lambda$ , fixată a priori. Demonstrăm aici existența controlului optim într-un cadru funcțional adecvat și determinăm condițiile de optimalitate necesare de ordinul întâi.

- De Maio, U., Gaudiello, A., **Lefter, C.-G.**, Null Internal Controllability for a Kirchhoff–Love Plate with a Comb-Like Shaped Structure, *SIAM J. Control Optim.*, Society for Industrial and Applied Mathematics, vol. 62, no. 5 (2024), 2456–2474. ISI. FI=2.2; SRI=2.624; Q1 (JIF,AIS).

Această lucrare este dedicată studiului nulei controlabilități a unei plăci subțiri de tip Kirchhoff-Love, cu o suprafață medie de formă ”pieptene” compusă dintr-o parte fixă și una cu frontieră oscilantă cu o structură periodică, descrisă de un parametru mic  $\varepsilon$ . Este de interes studiul asimptotic al problemei de controlabilitate asociate. Astfel, se demonstrează, folosind metoda HUM (Hilbert Uniqueness Method), controlabilitatea nulă la fiecare nivel  $\varepsilon$  cu controlul de normă  $L^2$  minimă  $u_\varepsilon$  pentru care se obțin estimări uniforme în raport cu parametrul  $\varepsilon$ . Aceste estimări se bazează pe inegalități de observabilitate pentru problema adjuncată, cu constante uniforme în raport cu parametrul  $\varepsilon$ . Aceasta permite trecerea la limită în problemele de omogenizare pentru ecuațiile directe și pentru cele adjuncte și se obține convergența controalelor  $u_\varepsilon$  la un control  $u$  ce asigură controlabilitatea nulă exactă într-o problemă limită, degenerată.

- **T. Barbu**, *Hyperspectral Data Volume Restoration using Nonlinear Vector-valued Reaction-diffusion based Filtering Scheme*, Proceedings of the ”2024 10th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)”, Vallette, Malta, 2024, pp. 19-24, ISI. doi: 10.1109/CoDIT62066.2024.10708316 <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/10708316>

Articolul abordează domeniul filtrării imaginilor hiperspectrale, propunând o metodă de restaurare a datelor de acest tip, bazată pe un model neliniar vectorial de reacție-difuzie. Tehnica propusă elimină cu succes mixturile de zgomot cu componente dependente și independente de semnal și aplică un model PDE neliniar vectorial de ordinul 2 care generează un sistem de

ecuații de reacție-difuzie ce partajează 2 termeni de corelație. Se propune în continuare un sistem de aproximare numerică rapid convergent pentru rezolvarea sistemului, care este apoi aplicat cu succes în experimentele de restaurare descrise.

- **T. Barbu**, L. Murgu, *Comparison between Novel Machine and Deep Learning-based Skin Tumor Recognition Techniques*, Proceedings of the "12th International Conference on e-Health and Bioengineering, EHB 2024", Iași, Romania, 14-15 Nov. 2024, IEEE. ISI.

Lucrarea introduce și compară tehnici automate noi de clasificare a tumorilor de piele. Prima metodă recunoaște cu succes tumorile ca benigne ori maligne aplicând un model de clasificare cu învățare profundă. Astfel, am construit un clasificator CNN, antrenat apoi și validat cu succes pe un set de imagini tumorale. În continuare s-a propus o schemă de recunoaștere bazată pe învățare automată, compusă dintr-o extragere de trăsături bazată pe analiza fractală și un algoritim Random Forest. Ambele tehnici obțin rate ridicate de recunoaștere. Comparațiile între metode arată că modelele de clasificare cu învățare automată produc rezultate comparabile cu cele de învățare profundă, când sunt aplicate unor vectori de trăsături puternici ai imaginilor medicale.

*Articole aflate în evaluare.*

- **V. Barbu**, Mean field system: the optimal control based approach, în evaluare la *SIAM Journal on Control and Optimization*. ISI. FI=2.2; SRI=2.624.; Q1 (JIF,AIS)

Sistemul "mean-field" apare în contextul construcției strategiilor de tip Nash pentru jocurile pentru dinamicile populațiilor mari. Este un sistem parabolic neliniar în  $(0, \infty) \times \mathbb{R}^d$  care constă dintr-o ecuație neliniară Fokker-Planck cu condiții inițiale cuplată cu o ecuație "backward" Hamilton-Jacobi. În această lucrare, sistemul "mean-field" este privit ca un sistem Euler-Lagrange corespunzând unei probleme de control Bolza guvernată de o ecuație liniară Fokker-Planck cu control în termenul de "drift". Se obține astfel existența și unicitatea soluțiilor tari în spații Sobolev adecvate. Această abordare variațională permite tratarea unor sisteme mai generale de tip "mean-field" decât cele studiate în literatură și, în special, cele cu neliniarități multivoce în ecuația Fokker-Planck și funcții discontinue de cuplaj.

- P. Colli, **G. Marinoschi**, E. Rocca, A. Viguerie, Chemotaxis-inspired PDE model for airborne infectious disease transmission: analysis and simulations, *J. of Nonlinear Science*, în evaluare. ISI. FI=2,6; SRI=3,203; Q1 (AIS), Q2 (JCR)

Modelele cu ecuații diferențiale parțiale (PDE) pentru bolile infecțioase au un interes actual. Majoritatea modelelor de acest tip extind formulările compartimentale clasice cu termeni suplimentari care țin cont de dinamica spațială, difuzia Fickiană fiind cel mai comun astfel de termen. Propagarea spațială a bolilor transmise prin aer în populațiile umane depinde în

mare măsură de modelele de contact uman și de mobilitate, care nu sunt neapărat bine descrise de difuzie. Prin includerea unui termen suplimentar inspirat de chemotaxis, în care infecția se propagă de-a lungul gradientului pozitiv al populației susceptibile (din regiuni cu densitate scăzută până în regiuni cu densitate mare a susceptibililor), se poate oferi o descriere mai adecvată a acestor dinamici. Acest articol introduce și analizează un model matematic de boli infecțioase care încorporează un termen modificat de tip chemotaxis. Modelul este analizat matematic și este demonstrată existența soluției sistemului PDE rezultat. Este furnizată o serie de simulări numerice, care demonstrează capacitatea modelului de a surprinde în mod natural fenomene importante care nu sunt ușor de observat în modelele standard de difuzie, inclusiv propagarea pe distanțe spațiale mari pe scări de timp scurte și apariția unor puncte fierbinți de infecție localizate.

- **Lefter, C.-G.**, Melnig, E.A., Reaction-diffusion systems in annular domains: source stability estimates with boundary observations (trimisă spre publicare la *Optimization*, ISI. FI=1,6,; SRI=1,274; Q2 (JIF,AIS))

În această lucrare se consideră sisteme parabolice care modelează, de exemplu, procese de reacție-difuzie, cu condiții la frontieră omogene, de tip general: Dirichlet. Neumann sau Robin. Se stabilesc estimări de stabilitate Lipschitz în normă  $L^2$  pentru surse, în funcție de soluție și/sau de derivatele conormale ale acesteia, măsurate pe o componentă conexă a frontierei. Este de menționat că nu apar în estimări componente tangențiale ale gradientului pe frontieră. Instrumentele principale folosite sunt reprezentate de: estimări Carleman adecvate problemei, în norme  $L^2$ , cu observații pe frontieră, și principii tari de maxim pentru soluții slabe ale ecuațiilor și sistemelor parabolice. Estimările Carleman obținute sunt noi și au loc în domenii cu o geometrie particulară de tip inelar. Principiile tari de maxim puse în evidență sunt consecințe ale proprietății de îmbunătățire a pozitivității pentru fluxurile asociate ecuațiilor și sistemelor parabolice. Această proprietate de îmbunătățire a pozitivității este de asemenea folosită într-un rezultat de unică continuare pentru soluții variaționale pozitive corespunzătoare surselor pozitive, atât în cazul liniar cât și în cel semiliniar, în condiții de semn asupra neliniarităților și asupra coeficienților de cuplaj ai termenilor de ordin zero.

### 3.4. Diseminarea rezultatelor. Conferințe. Stagii de cercetare.

#### *Conferințe.*

- (1) **G. Marinoschi**, The  $H^\infty$ -control problem for parabolic systems, *Italian-Japanese Workshop on Variational Perspectives for PDEs*, Pavia, 09–13.09.2024
- (2) **G. Marinoschi**, Optimal control for an epidemic model, *14<sup>th</sup> AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications*, Abu Dhabi, UAE, 16–20.12.2024
- (3) **Cătălin-George Lefter**, *Reaction-diffusion systems: Carleman estimates, unique continuation, controllability and inverse source estimates*, IMAR 75 – Conferință dedicată aniversării a 75 de ani de la înființarea Institutului de Matematică al Academiei Române, București, 27–28 septembrie 2024.
- (4) **Cătălin-George Lefter**, *Null internal controllability for a time-dependent Kirchhoff-Love plate with a comb-like shaped structure*, Numerical Analysis, Numerical Modeling, Approximation Theory (NA-NM-AT 2024, 4-7 Noiembrie 2024).
- (5) **T. Barbu**, *A Nonlinear Fourth-order Diffusion-based Video Filtering Technique*, 5th International Conference on Mathematics and Computer Science – MACOS 2024, Brașov, Romania, June 13-15, 2024.
- (6) **T. Barbu**, *Nonlinear Vector-valued Diffusion-based Spectral Image Restoration Techniques*, Conferința Națională științifică de Primăvara a AOSR 2024, București, 24-25 mai 2024.
- (7) **T. Barbu**, *Active Contour-based Image Segmentation Framework using a Nonlinear Second-order Diffusion-based Model*, The 14th AIMS Conference, Abu Dhabi, UAE; 16-20 dec. 2024.

#### *Stagii de cercetare.*

- **V. Barbu**, Universitatea din Bielefeld (11-25 martie, 1-15 august, 23 noiembrie-6 decembrie 2024).

#### *Comunicări în stagii de cercetare*

- **V. Barbu**, *Teorema H pentru ecuațiile neliniare Fokker-Planck*, Universitatea din Pavia, Departamentul de Matematica, Italia, 23 mai 2024.
- **V. Barbu**, *The nonlinear Fokker-Planck equation as a smooth gradient flow*, Bielefeld University, Germany, August 2024.
- **V. Barbu**, *The existence for the PDEs system of mean field games*, Bielefeld University, Germany, 27 noiembrie 2024.

**Director de proiect,**

**Acad. Viorel Barbu**